



Province of the  
**EASTERN CAPE**  
EDUCATION

**NASIONALE  
SENIOR SERTIFIKAAT**

**GRAAD 12**

**SEPTEMBER 2016**

**WISKUNDE V2**

**PUNTE: 150**

**TYD: 3 uur**



---

Hierdie vraestel bestaan uit 15 bladsye insluitende 1 inligtingsblad, en 'n  
SPESIALE ANTWOORDEBOEK.

---

**INSTRUKSIES EN INLIGTING**

1. Hierdie vraestel bestaan uit 11 vrae.
2. Beantwoord AL die vrae in die SPESIALE ANTWOORDEBOEK voorsien.
3. Toon duidelik ALLE berekeninge, diagramme, grafieke, ensovoorts aan wat jy gebruik het om jou antwoorde te bepaal.
4. Antwoorde alleenlik sal NIE noodwendig volpunte toegeken word NIE.
5. Indien nodig, rond antwoorde af tot TWEE desimale plekke, tensy anders vermeld word.
6. Diagramme is nie noodwendig volgens skaal geteken nie.
7. Jy mag 'n goedgekeurde wetenskaplike sakrekenaar (nieprogrammeerbaar en niegrafies) gebruik, tensy anders vermeld word.
8. 'n Inligtingsblad met formules is aan die einde van die vraestel ingesluit.
9. Skryf netjies en leesbaar.

**VRAAG 1**

’n Graad 12-leerder het daaglik die massa van ’n steen seep, nadat hy in die oggend gestort het, aangeteken. Die tabel hieronder toon die data wat hy aangeteken het: “Dag” toon die aantal dae vanaf die begin van die eksperiment aan en “Massa” toon die massa van die steen seep, in gram, aan.

Dag	0	1	4	6	9	12	17	19
Massa	124	121	103	90	71	50	27	16

- 1.1 Stel die inligting in die tabel hierbo as ’n spreidiagram op die rooster wat in die ANTWOORDEBOEK voorsien is, voor. (3)
  - 1.2 Bereken ’n vergelyking vir die kleinste-kwadrate regressielyn vir die gegewe data. (3)
  - 1.3 Teken die kleinste-kwadrate regressielyn op die spreidiagram wat vir VRAAG 1.1 geteken is. (2)
  - 1.4 Bereken op watter oggend sal die massa van die steen seep minder as 80 gram wees. (2)
  - 1.5 Bereken die waarde van die korrelasie-koëffisiënt. Rond jou antwoord tot DRIE desimale plekke af. (1)
  - 1.6 Bespreek die sterkte van die verhouding tussen die veranderlikes. (1)
- [12]**

**VRAAG 2**

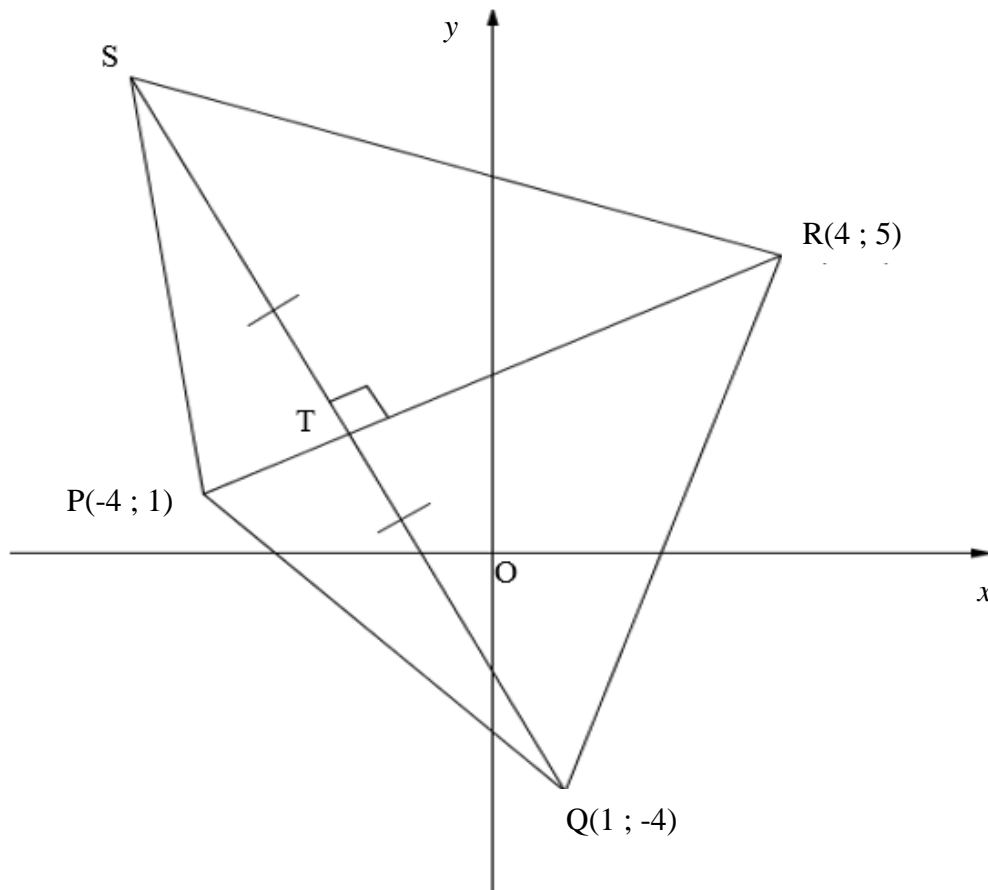
Die stam-en-blaarvoorstelling toon aan hoeveel bladsye van 'n handboek leerders in 'n Wiskunde-klas hersien het voordat hulle eksamen geskryf het.

5	7
4	3 4 4
3	1 1 1 4 6 8
2	2 4 8 9 9
1	5 5 6 7
0	3 5

- 2.1 Hoeveel leerders was in die klas? (1)
- 2.2 Wat was die minste aantal hersieningsbladsye wat voltooi is? (1)
- 2.3 Bereken die gemiddelde van die gegewe data. (2)
- 2.4 Bepaal die standaardafwyking van die gegewe data. (1)
- 2.5 Bereken watter persentasie van die data binne EEN standaardafwyking vanaf die gemiddelde lê. Toon AL jou berekeninge. (3)
- [8]**

**VRAAG 3**

In die diagram hieronder is  $P(-4 ; 1)$ ,  $Q(1 ; -4)$ ,  $R(4 ; 5)$  en  $S$  die hoekpunte van vierhoek PQRS.  $SQ \perp PR$  met  $T$  op  $PR$ .  $T$  is die middelpunt van lynstuk  $SQ$ .

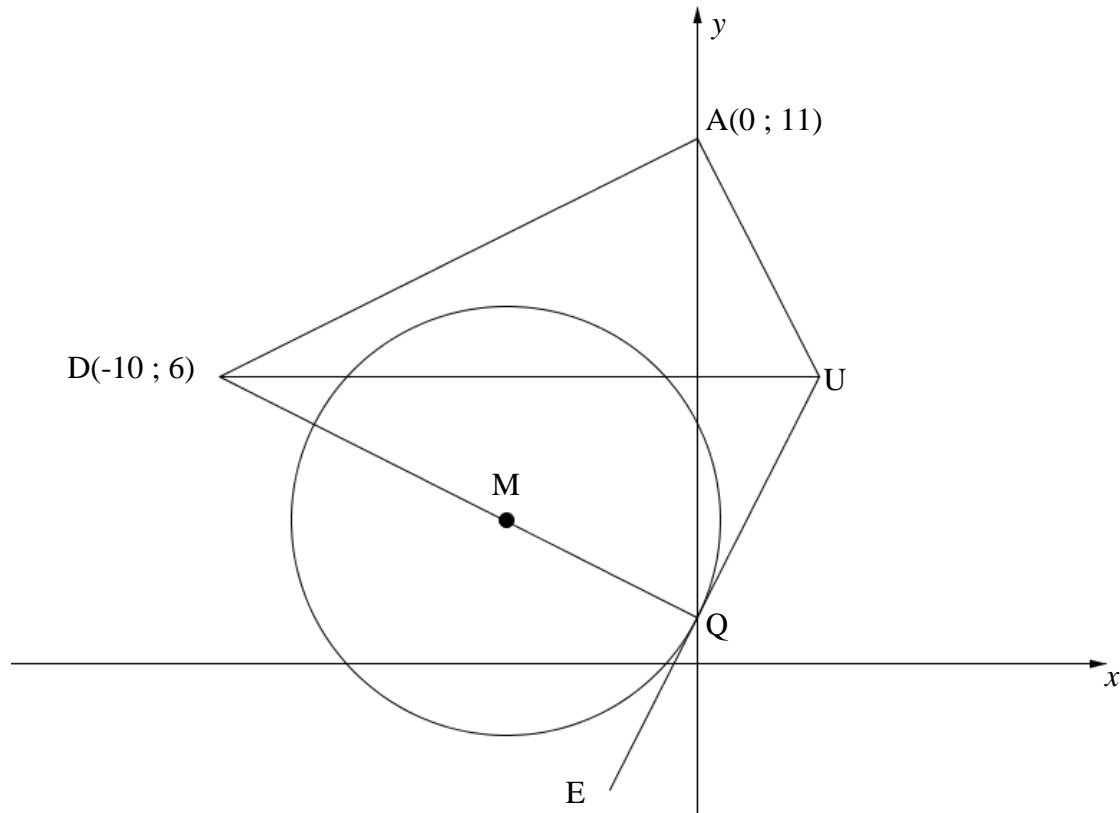


- 3.1 Bepaal die gradiënt van  $PR$ . (2)
- 3.2 Bepaal, vervolgens, die vergelyking van lyn  $SQ$ . (3)
- 3.3 Toon aan dat die koördinate van  $(-2 ; 2)$  is. (5)
- 3.4 Bepaal, vervolgens, die koördinate van  $S$ . (3)
- 3.5 Bereken die oppervlakte van  $\Delta PQS$ . (5)

**[18]**

## VRAAG 4

$x^2 + y^2 + 8x - 6y = -5$ , is die vergelyking van die sirkel met middelpunt M. UE is 'n raaklyn aan die sirkel by Q. QMD, DA, AU en UQE is reguitlyne. DU is ewewydig aan die  $x$ -as.



- 4.1 Bepaal die koördinate van M, die middelpunt van die sirkel. (4)
- 4.2 Bereken die koördinate van Q, as  $y < 2$ . (3)
- 4.3 Bereken die vergelyking van raaklyn UE. (4)
- 4.4 Skryf die vergelyking van DU neer. (1)
- 4.5 Bereken die koördinate van U. (2)
- 4.6 Bewys dat QUAD 'n koordevierhoek is. (6)

[20]

**VRAAG 5**

5.1 As  $\cos 52^\circ = t$ , bepaal in eenvoudigste vorm die volgende in terme van  $t$ , SONDER die gebruik van 'n sakrekenaar.

5.1.1  $\sin(-52^\circ)$  (3)

5.1.2  $\cos 19^\circ$  (4)

5.2 Vereenvoudig SONDER die gebruik van 'n sakrekenaar:

$$\frac{2 \cos(180^\circ + x) \cdot \sin(180^\circ - x) \cdot \sin 74^\circ}{\sin(x + 360^\circ) \cdot \sin 37^\circ \cdot \sin 53^\circ \cdot \sin(x - 90^\circ)} \quad (7)$$

5.3 Gegee:  $\frac{2\sin x}{2(1-\cos 2x)}$

5.3.1 Bereken al die waardes van  $x$  waarvoor die uitdrukking hierbo ongedefinieerd is. (4)

5.3.2 Bewys dat  $\frac{2\sin x}{2(1-\cos 2x)} = \frac{1}{\sin x}$  (3)

**[21]**

**VRAAG 6**

Gegee:  $f(x) = \cos 2x$  en  $g(x) = \sin(x + 60^\circ)$  vir  $x \in [-90^\circ; 180^\circ]$ .

6.1 Los op vir  $x$  as  $f(x) = g(x)$  en  $x \in [-90^\circ; 180^\circ]$ . (5)

6.2 Skets die grafieke van  $f$  en  $g$  op dieselfde assestelsel vir  $x \in [-90^\circ; 180^\circ]$ . Toon duidelik ALLE afsnitte met die asse, sny punte sowel as draaipunte aan. (6)

6.3 Skryf die periode van  $g\left(\frac{3}{2}x\right)$  neer. (1)

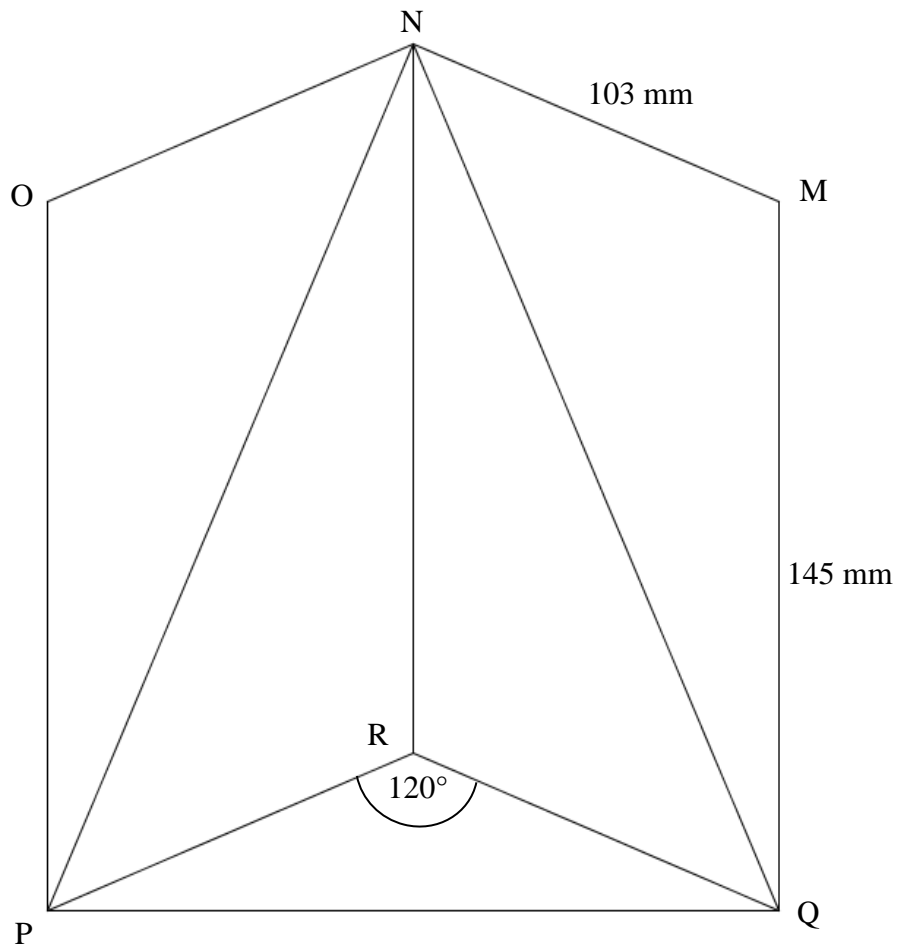
6.4 Bepaal  $h$  as  $h(x) = f(x - 45^\circ) - 1$ . (2)

**[14]**



**VRAAG 7**

Die figuur toon 'n oop verjaarsdagkaart. Die lengte van die kaart is 145 mm en die breedte is 103 mm. Die kaart word so geplaas dat die hoek wat tussen die twee sye gevorm word,  $120^\circ$  is.



- 7.1 Bereken die lengte van NP. (2)
- 7.2 Bereken die lengte van PQ. (2)
- 7.3 Bepaal die grootte van  $P\hat{N}Q$ . (2)
- [6]**

Gee redes vir ALLE bewerings in VRAE 8, 9, 10 en 11.

**VRAAG 8**

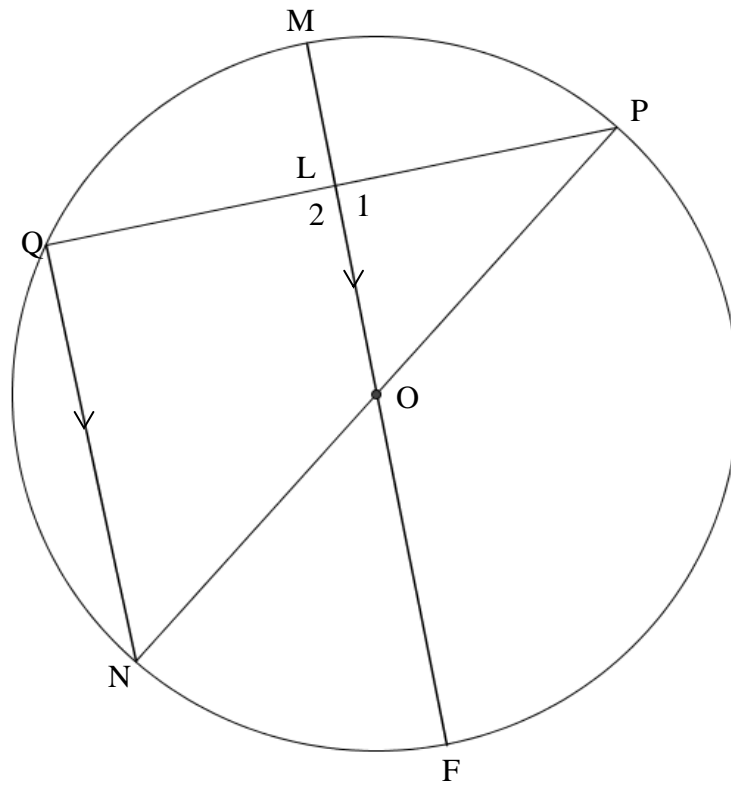
8.1 Voltooi die volgende stelling: 'n Lyn wat vanaf die middelpunt van die sirkel loodreg op die koord getrek word ... (1)

8.2 In die diagram hieronder is O die middelpunt van sirkel PMQNF. PN en FM is middellyne.

$$QN \parallel FM$$

$$OL = 3ML$$

$$QP = 14 \text{ eenhede}$$



8.2.1 Bewys dat L die middelpunt van QP is. (4)

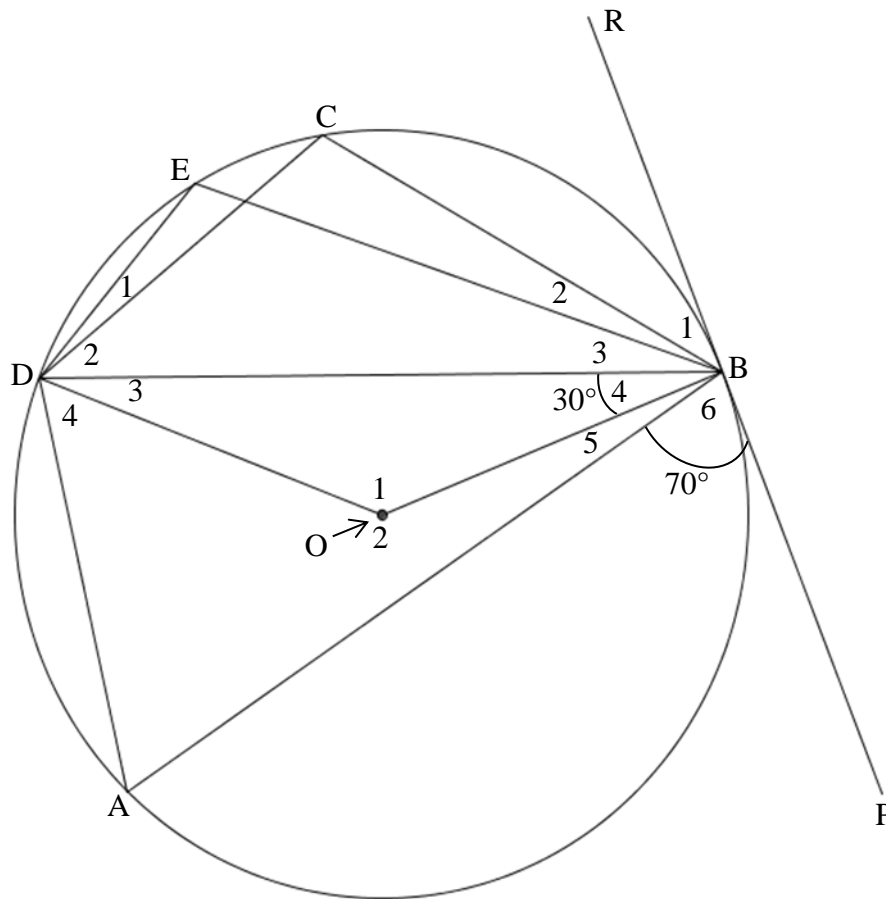
8.2.2 Skryf die lengte van MF in terme van ML neer. (1)

8.2.3 Bepaal die lengte van ML. Laat jou antwoord in wortelvorm. (3)

[9]

**VRAAG 9**

In die diagram hieronder is ABCD 'n koordevierhoek. RBP is 'n raaklyn aan die sirkel met middelpunt O.  $\widehat{B}_2 = 30^\circ$  en  $\widehat{B}_6 = 70^\circ$ .

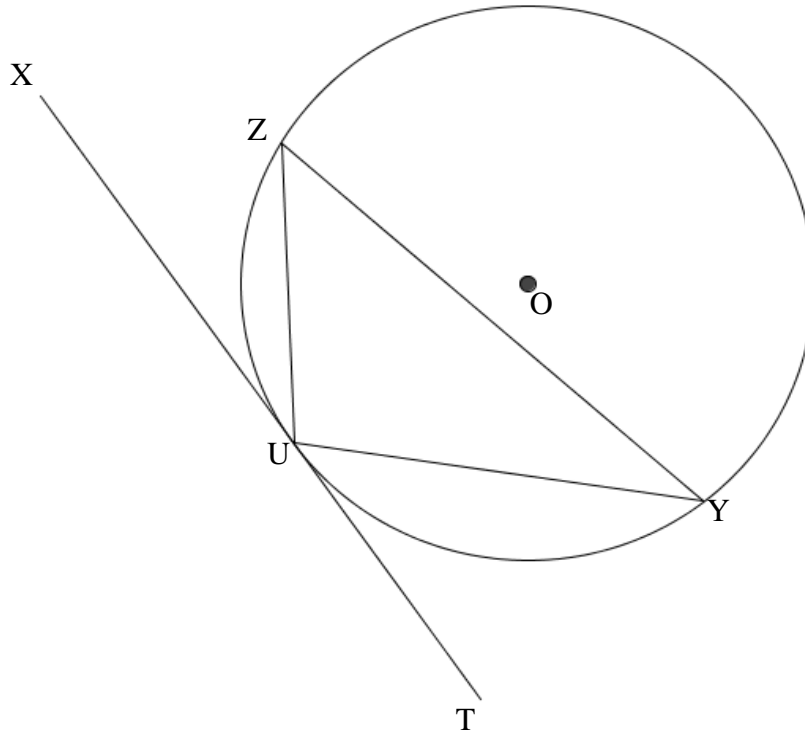


Bepaal die grootte van elk van die volgende hoeke:

- 9.1  $\widehat{O}_1$  (3)
  - 9.2  $\hat{A}$  (2)
  - 9.3  $\hat{C}$  (2)
  - 9.4  $\widehat{ADB}$  (2)
- [9]**

**VRAAG 10**

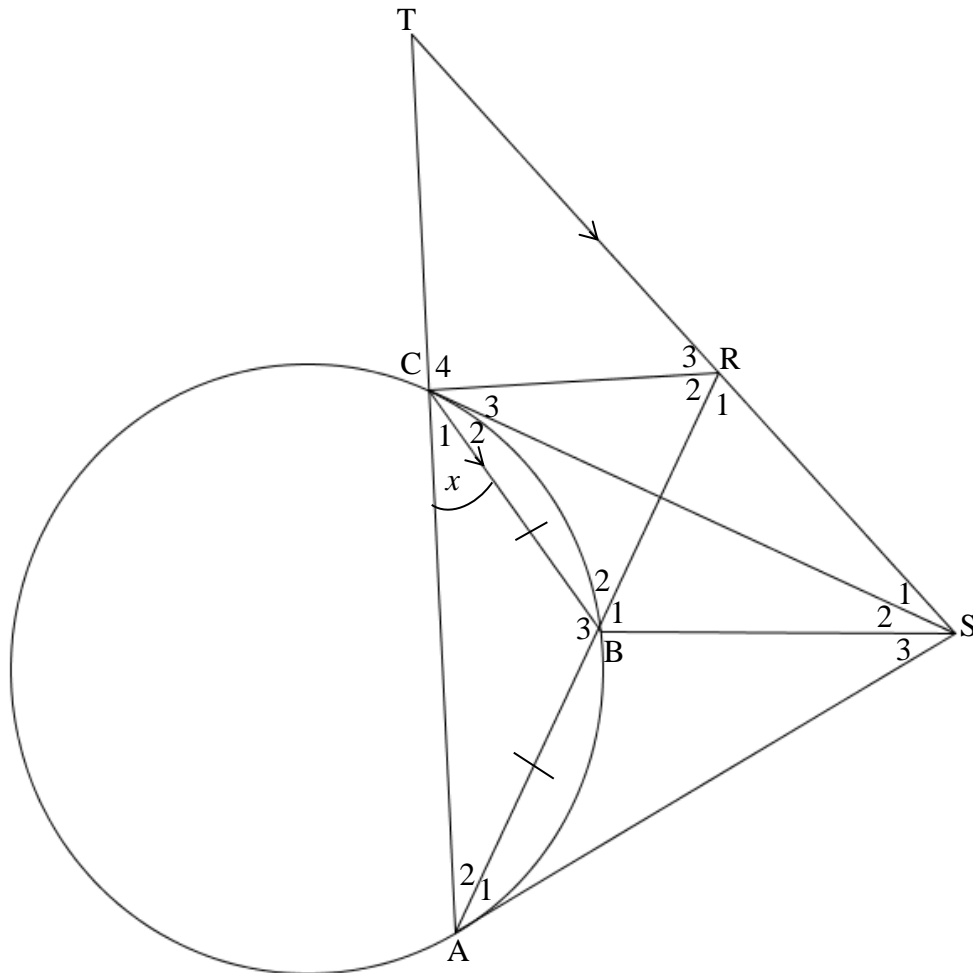
- 10.1 In die diagram hieronder is O die middelpunt van sirkel UYZ.  
XUT is 'n raaklyn aan die sirkel by U.



Bewys dat  $\hat{X}UZ = \hat{Y}$ .

(5)

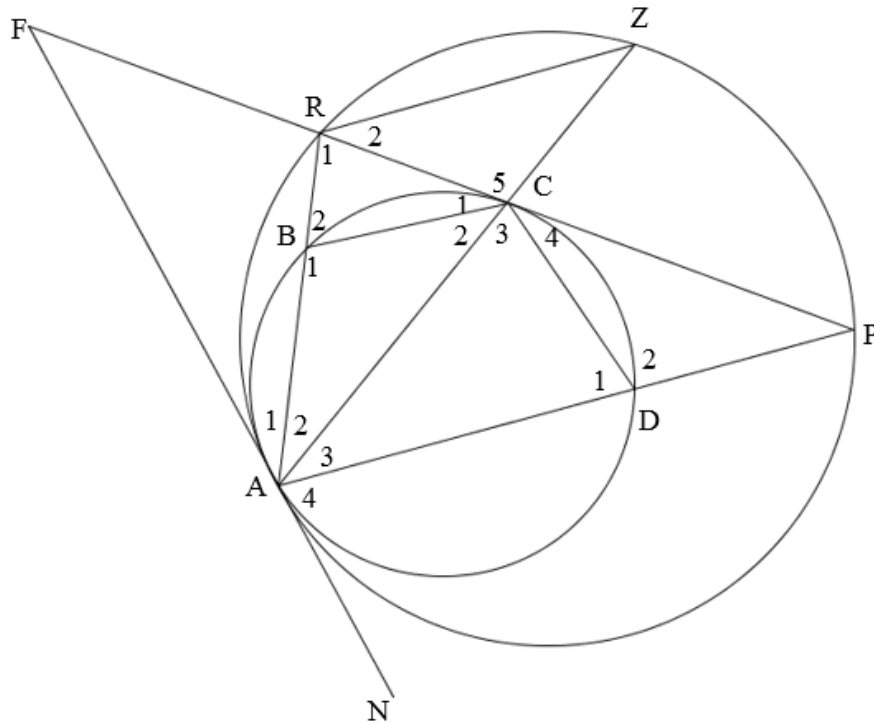
- 10.2 CS en AS is twee raaklyne van sirkel ABC. AB is verleng na R. AC en SR is verleng na T.  
 $AB = BC$  en  $TS \parallel BC$ . Laat  $\widehat{C_1} = x$ .



- 10.2.1 Noem, met redes, 5 ander hoeke elk gelyk aan  $x$ . (5)
- 10.2.2 Toon, vervolgens, aan dat  $\Delta SCT$  'n gelykbenige driehoek is. (2)
- 10.2.3 As dit verder gegee word dat,  $CS = 4$  cm,  $\frac{AR}{BR} = \frac{3}{2}$ , bereken die lengte van AT. (4)
- [16]

## VRAAG 11

FAN is 'n gemeenskaplike raaklyn aan die kleiner sirkel ABCD en die groter sirkel ARZP. FP is 'n raaklyn aan die kleiner sirkel by C. Die reguitlyn ABR ontmoet die groter sirkel by R.



- 11.1 Bewys dat  $BC \parallel RZ$ . (4)
- 11.2 Bewys, vervolgens, dat BC 'n raaklyn is aan sirkel ACP. (3)
- 11.3 Bewys dat  $\triangle RZA \parallel \triangle DPC$ . (5)
- 11.4 Toon, vervolgens, aan dat  $\frac{DC}{CP} \times \frac{AC}{AB} = 1$ . (5)

[17]

TOTAAL: 150

**INLICHTINGSBLAD: WISKUNDE**

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$A = P(1 + ni)$$

$$A = P(1 - ni)$$

$$A = P(1 - i)^n$$

$$A = P(1 + i)^n$$

$$\sum_{i=1}^n 1 = n$$

$$\sum_{i=1}^n i = \frac{n(n+1)}{2}$$

$$T_n = a + (n-1)d$$

$$S_n = \frac{n}{2}(2a + (n-1)d)$$

$$T_n = ar^{n-1}$$

$$S_n = \frac{a(r^n - 1)}{r - 1}; \quad r \neq 1$$

$$S_\infty = \frac{a}{1 - r}; \quad -1 < r < 1$$

$$F = \frac{x[(1+i)^n - 1]}{i}$$

$$P = \frac{x[1 - (1+i)^{-n}]}{i}$$

$$f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

$$M\left(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2}\right)$$

$$y = mx + c$$

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

$$m = \tan \theta$$

$$(x - a)^2 + (y - b)^2 = r^2$$

$$\text{In } \Delta ABC: \frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$$

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cdot \cos A \quad \text{area } \Delta ABC = \frac{1}{2} ab \cdot \sin C$$

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\sin(\alpha - \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta - \cos \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\cos(\alpha - \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta + \sin \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\cos 2\alpha = \begin{cases} \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha \\ 1 - 2\sin^2 \alpha \\ 2\cos^2 \alpha - 1 \end{cases}$$

$$\sin 2\alpha = 2\sin \alpha \cdot \cos \alpha$$

$$\bar{x} = \frac{\sum x}{n}$$

$$\sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n}$$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)}$$

$$P(A \text{ of } B) = P(A) + P(B) - P(A \text{ en } B)$$

$$\hat{y} = a + bx$$

$$b = \frac{\sum (x - \bar{x})(y - \bar{y})}{\sum (x - \bar{x})^2}$$

