Province of the
EASTERN CAPE
EDUCATION

NASIONALE
SENIOR SERTIFIKAAT

GRAAD 12

SEPTEMBER 2017

WISKUNDE V2

PUNTE: **150**

TYD: **3 uur**

MATHA2

Hierdie vraestel bestaan uit 15 bladsye insluitend 1 inligtingsblad, en 'n SPESIALE ANTWOORDEBOEK.

INSTRUKSIES EN INLIGTING

1. Hierdie vraestel bestaan uit 10 vrae.

2. Beantwoord AL die vrae in die SPESIALE ANTWOORDEBOEK voorsien.

3. Toon duidelik ALLE berekeninge, diagramme, grafieke, ensovoorts wat jy in die bepaling van jou antwoorde gebruik het.

4. Antwoorde alleen sal NIE noodwendig volpunte toegeken word NIE.

5. Indien nodig moet jy jou antwoorde tot TWEE desimale plekke afrond, tensy anders vermeld.

6. Diagramme is nie noodwendig volgens skaal geteken nie.

7. Jy mag ŉ goedgekeurde wetenskaplike sakrekenaar (nieprogrammeerbaar en niegrafies) gebruik, tensy anders vermeld.

8. ŉ Inligtingsblad met formules is aan die einde van die vraestel ingesluit.

9. Skryf netjies en leesbaar.

VRAAG 1

ʼn Opleidingsmaatskappy wil vasstel of daar ʼn verband tussen die ure spandeer in opleiding, van ʼn spesifieke kategorie werknemer, en die hulle produktiwiteit (eenhede per dag vervaardig), is. Die volgende data was uit die lêers van 10 werknemers onttrek.

Werknemer	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Ure in opleiding	16	36	20	38	40	30	35	22	40	24
Produktiwiteit (eenhede per dag vervaardig)	45	70	44	56	60	48	75	60	63	38

1.1 Teken ʼn spreidiagram van die data op die rooster wat in die ANTWOORDEBOEK voorsien is. (3)

1.2 Bepaal die vergelyking van die kleinste-kwadrate-regressielyn. (3)

1.3 Teken die kleinste-kwadrate-regressielyn op die spreidiagram in VRAAG 1.1 geteken. (2)

1.4 Gebruik die kleinste-kwadrate-regressielyn om die produktiwiteit (eenhede per dag vervaardig) te beraam/voorspel, as ʼn spesifieke kategorie werknemer 25 ure in opleiding spandeer. (2)

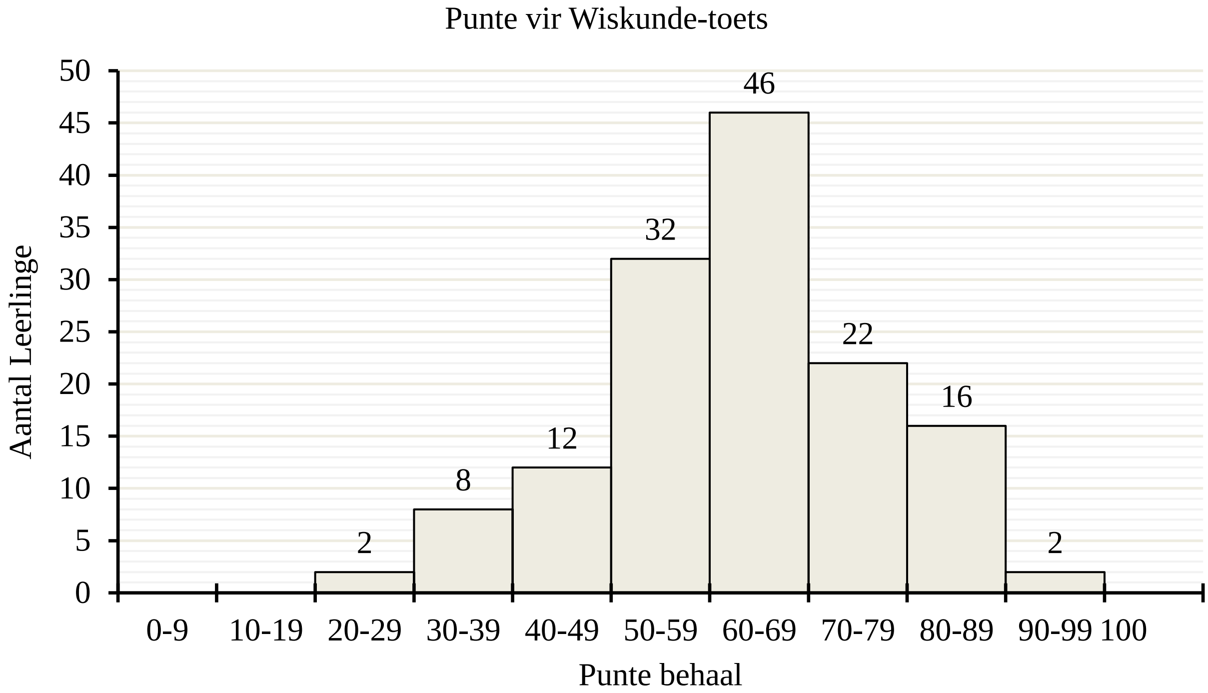
1.5 Bepaal die korrelasiekoëffisiënt van die data. (1)

1.6 Gee jou mening/Lewer kommentaar oor die sterkte van die verhouding tussen die ure gespandeer in opleiding en die aantal eenhede per dag vervaardig. (1)

[12]

VRAAG 2

Die punte wat deur leerlinge van 'n sekere skool in 'n Wiskunde-toets behaal is, is in die histogram hieronder voorgestel:



2.1 Hoeveel leerlinge het die toets geskryf? (1)

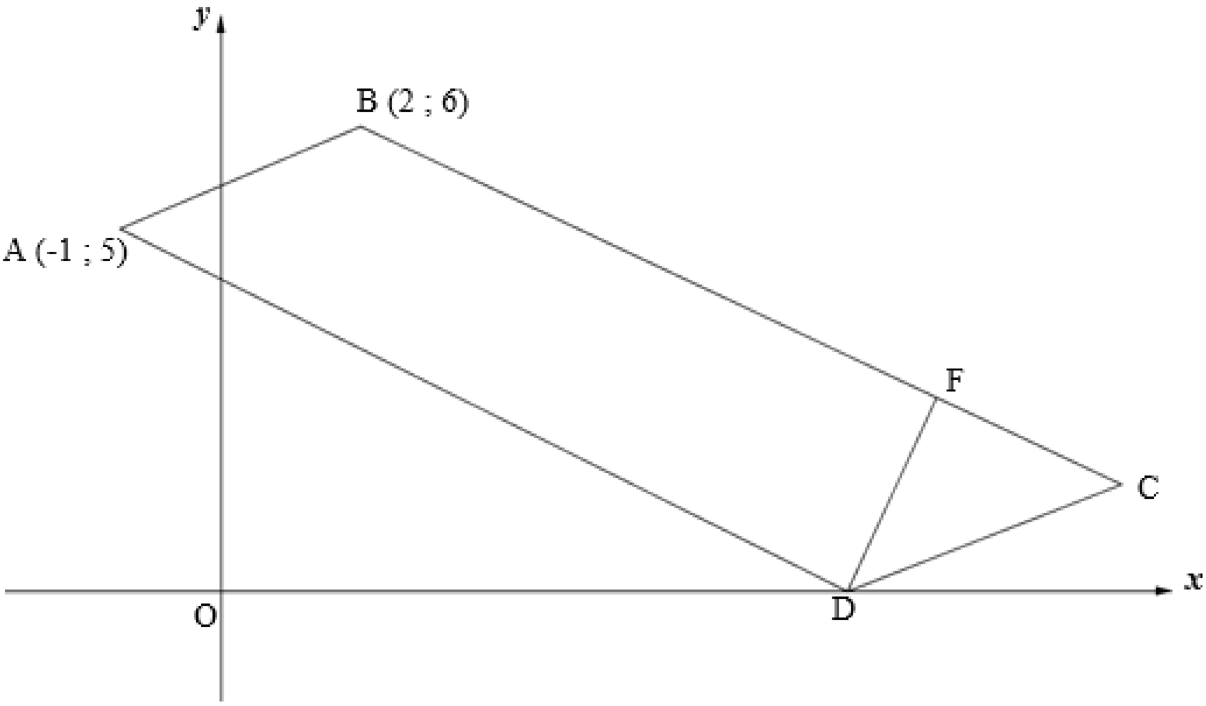
2.2 Skryf die modale klas neer. (1)

2.3 Teken die ogief vir die gegewe inligting. (4)

2.4 Gebruik die ogief om die interkwartiele reeks te beraam. (2)
[8]

VRAAG 3

In die diagram hieronder is A (-1 ; 5), B (2 ; 6), C en D die hoekpunte van parallelogram ABCD. Hoekpunt D lê op die x-as. Die vergelyking van BC is $x + 2y = 14$.



3.1 Bepaal die vergelyking van lyn AD in die vorm $y = \mathrm{m}x + c$. (3)

3.2 Bepaal die koördinate van D. (2)

3.3 As die koördinate van F (10 ; 2) is, toon aan dat DF loodreg op BC is. (3)

3.4 Bereken die lengte van AD. (Laat jou antwoord in wortelvorm.) (2)

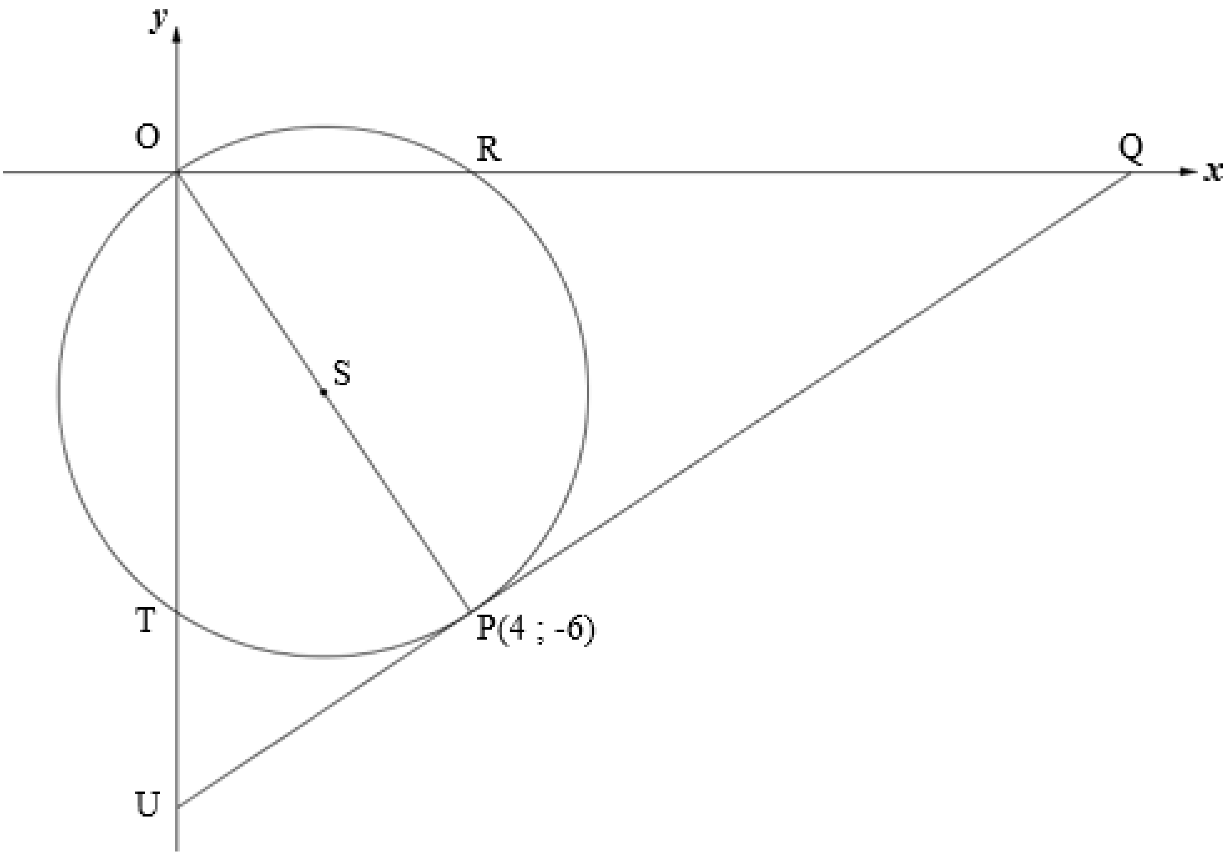
3.5 Bereken, vervolgens of andersins, die oppervlakte van parallelogram ABCD. (4)

3.6 Bereken die grootte van $A\hat{B}C$. (6)

[20]

VRAAG 4

In die diagram hieronder, gaan die sirkel met middelpunt S deur die oorsprong, O en sny die *x*-as by R en die *y*-as by T. Die raaklyn aan die sirkel by P(4 ; -6) ny die *x*-as by Q en die *y*-as by U.



4.1 Bereken die koördinate van S, die middelpunt van die sirkel. (2)

4.2 Bereken die lengte van die radius van die sirkel. (Laat jou antwoord in wortelvorm.) (2)

4.3 Bepaal die vergelyking van die sirkel in die vorm van $(x - \mathrm{a})^2 + (y - \mathrm{b})^2 = \mathrm{r}^2$. (2)

4.4 Waarom is $Q\hat{P}U = 90°$? (1)

4.5 Toon aan dat die vergelyking van die raaklyn UQ, $y = \frac{2}{3}x - \frac{26}{3}$ is. (4)

4.6 Bepaal die koördinate van T. (4)

4.7 Bepaal die verhouding van $\frac{\text{Oppervlak } \triangle OTP}{\text{Oppervlak } \triangle PTU}$ in eenvoudigste vorm. (5)

[20]

VRAAG 5

5.1 Gegee: $\sin 2x = \frac{\sqrt{15}}{\mathrm{x}}$ en $0° \leq 2x \leq 90°$.

Bepaal met behulp van ŉ diagram en sonder die gebruik van ŉ sakrekenaar die waarde van $\cos x$. (5)

5.2 Vereenvoudig die volgende uitdrukking tot een trigonometriese verhouding van θ:

$$\frac{\sin(180° - \theta)\,.\sin(540° - \theta).\cos(\theta - 90°)}{\tan(-\theta).\sin^2(360° - \theta)}$$ (7)

5.3 Gegee die identiteit: $\frac{\sin 5x.\cos 3x.-\cos 5x\,.\sin 3x}{\tan 2x} - 1 = -2\sin^2 x$.

5.3.1 Bewys die bostaande identiteit. (4)

5.3.2 Vir watter waarde(s) van *x* sal die bostaande identiteit ongedefinieerd vir $0° \leq x \leq 180°$ wees. (4)

[20]

VRAAG 6

Gegee $f(x) = \tan\frac{1}{2}x$ en $g(x) = \sin(x - 30°)$ vir $x \in [-90°; 180°]$

6.1 Teken op dieselfde assestelsel die grafieke van *f* en g. Toon duidelik op jou grafieke die draaipunte en asimptote, indien enige. (6)

6.2 Skryf die periode van *f* neer. (2)

6.3 Vir watter waardes van *x* is $f(x).g(x) < 0$ vir $x \in [-90°; 120°]$? (2)

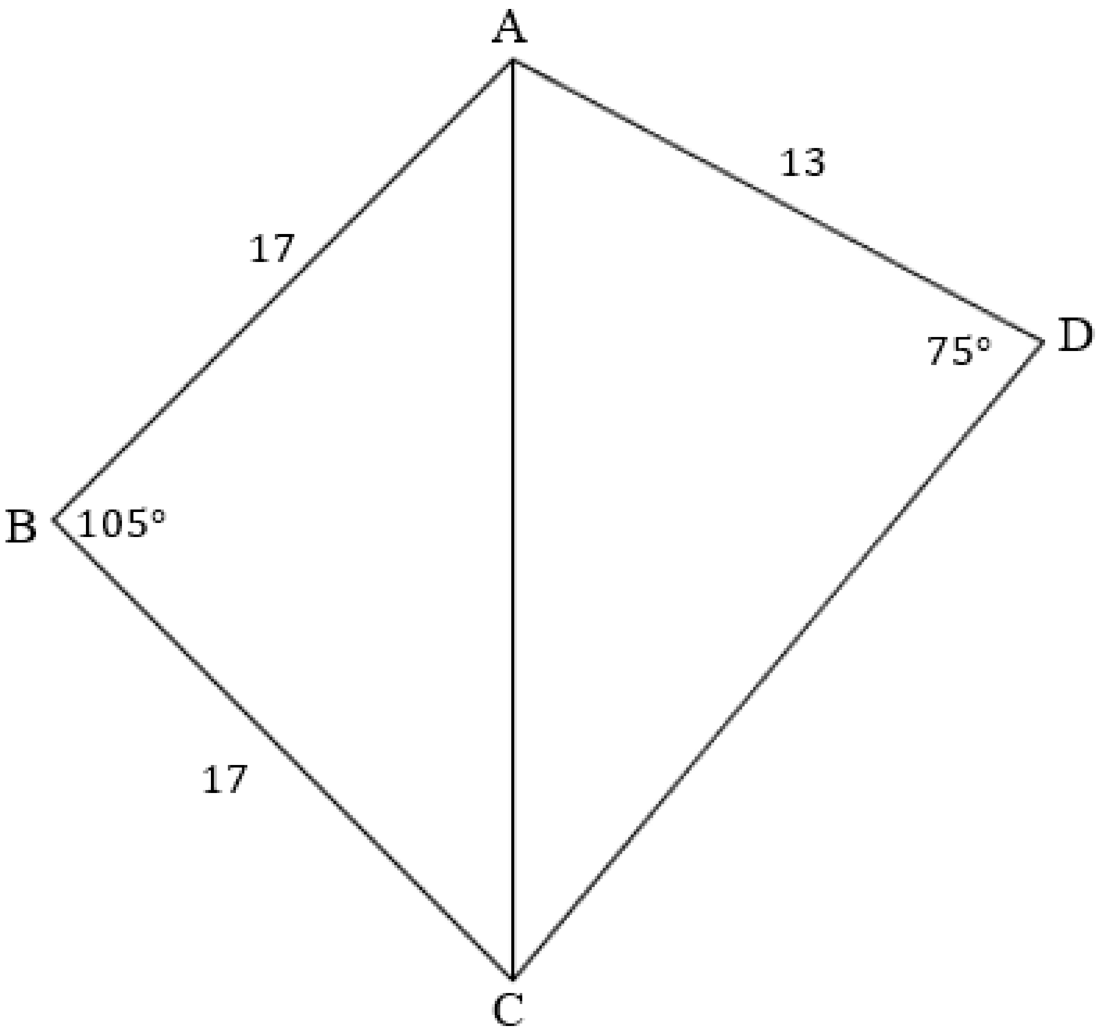
6.4 Skryf die vergelyking(s) van die asimptote van *h* neer as $h(x) = f(x + 10°)$ vir $x \in [-90°; 180°]$ (1)

[11]

VRAAG 7

In die diagram hieronder is ABCD ʼn vierhoek, met hoeklyn AC geteken.

$AB = BC = 17$ m
$AD = 13$ m
$\widehat{D} = 75°$
$\widehat{B} = 105°$



Bereken:

7.1 Die oppervlakte van $\triangle$ ABC. (3)

7.2 Die lengte van AC. (3)

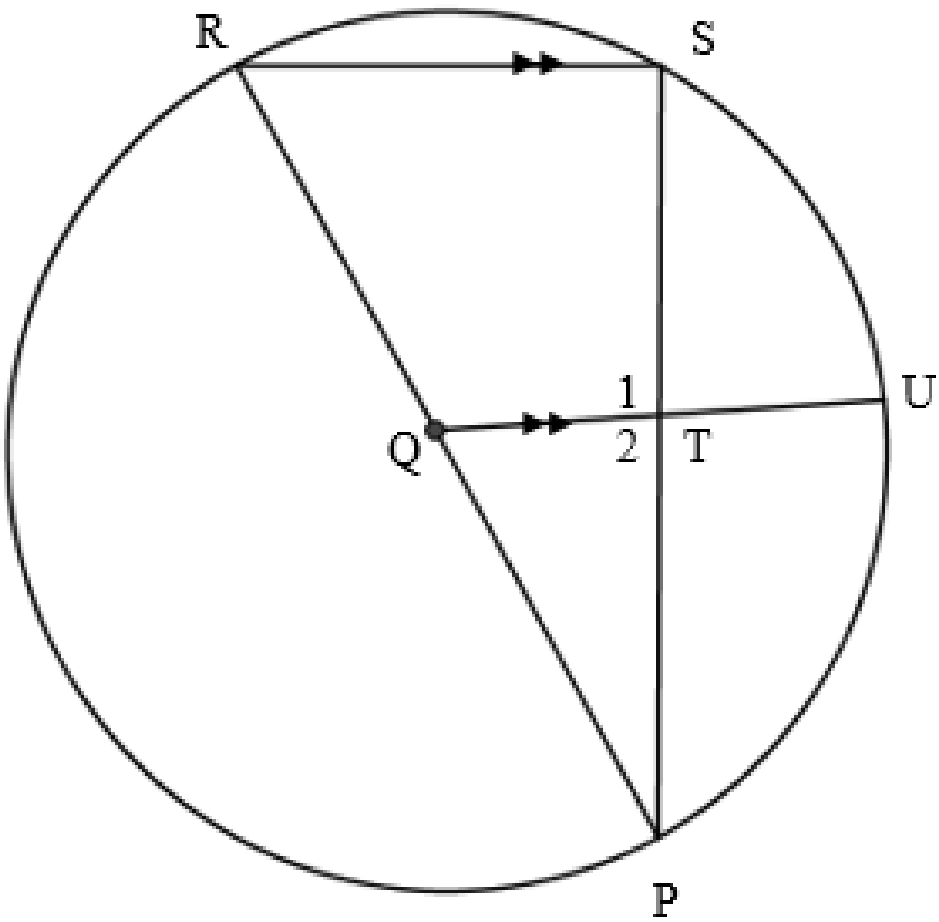
7.3 Die grootte van $A\hat{C}D$. (3)

7.4 Gee ʼn rede waarom ABCD ʼn koordevierhoek is. (1)
[10]

Gee redes vir ALLE bewerings in VRAE 8, 9, 10 EN 11.

VRAAG 8

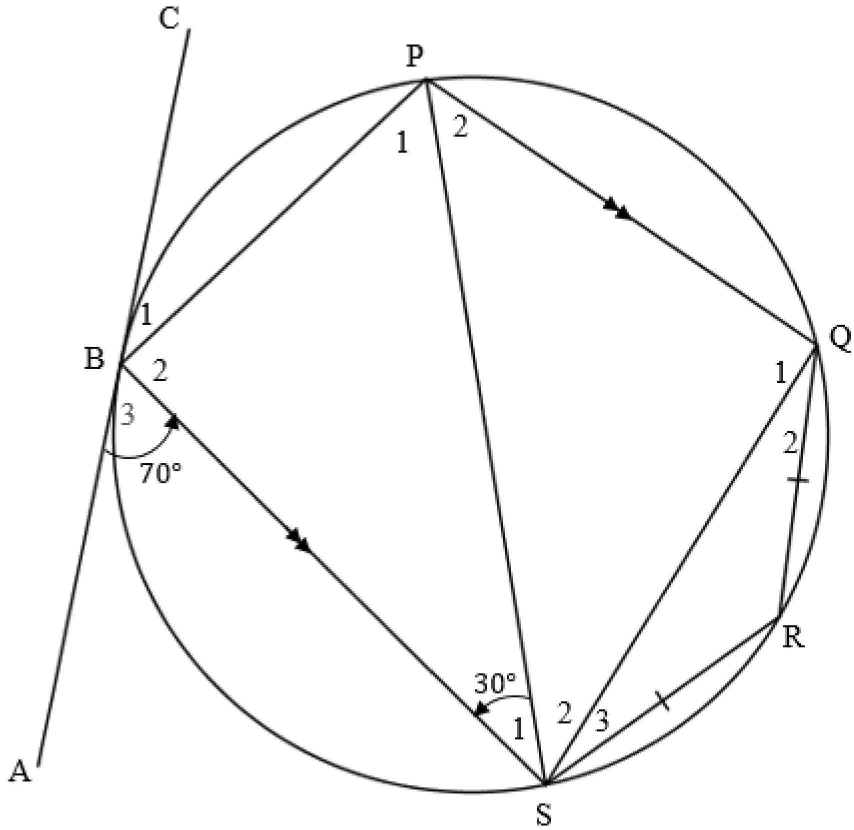
8.1 PR is ŉ middellyn van die sirkel PRSU. QU is ewewydig aan RS geteken en sny SP by T.



8.1.1 Skryf, met ŉ rede, die grootte van $\hat{S}$ neer. (2)

8.1.2 As die middellyn 20 cm en SP $= 16$ cm, bereken die lengte van TU. (6)

8.2 ABC is ʼn raaklyn aan sirkel BPQRS by B. $PQ \parallel BS$. $QR = RS$. $\hat{S}_1 = 30°$ en $\hat{B}_3 = 70°$.



Bereken, met redes, die grootte van die volgende hoeke:

8.2.1 $\hat{B}_1$ (2)

8.2.2 $\hat{P}_2$ (2)

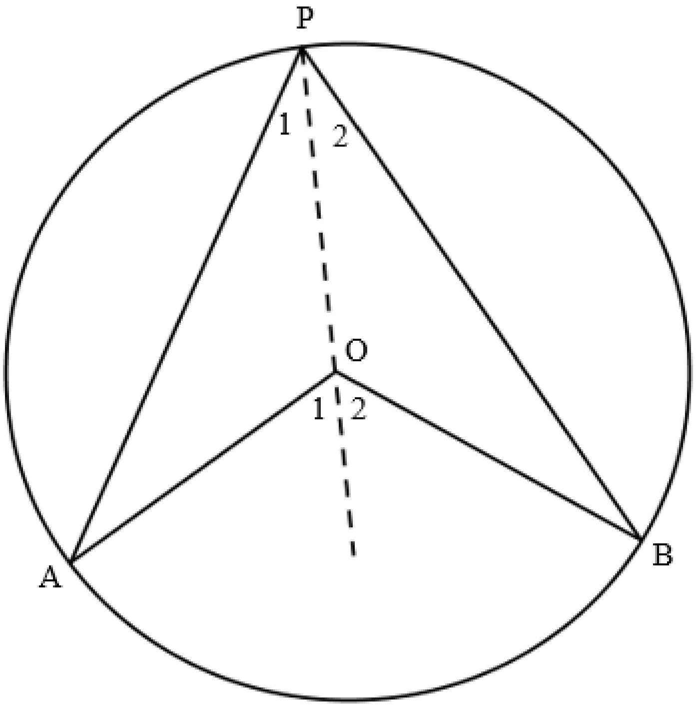
8.2.3 $\hat{R}$ (2)

8.2.4 $\hat{Q}_2$ (3)

[17]

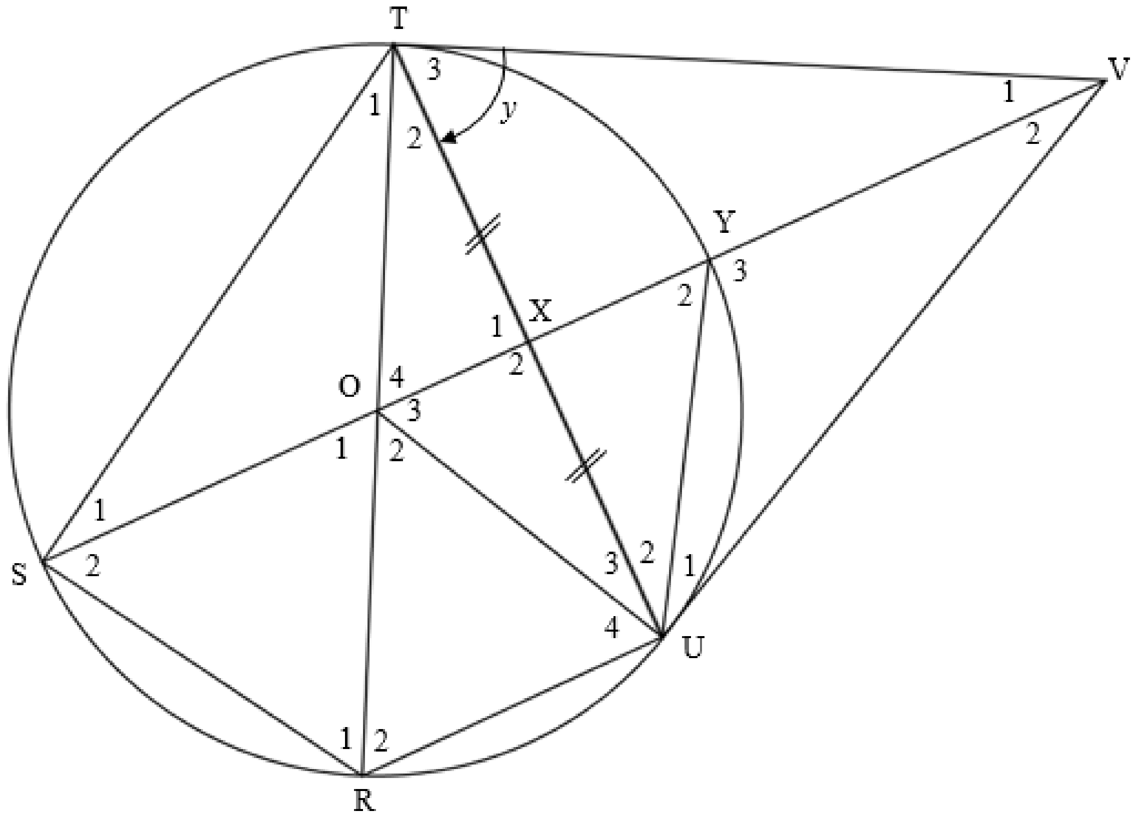
VRAAG 9

9.1 A, B en P is punte op die sirkel met middelpunt O. AO, BO, AP en BP is geteken.



Bewys die stelling wat meld dat $A\hat{O}B = 2A\hat{P}B$. (4)

9.2 TV en VU is raaklyne aan die sirkel met middelpunt O by T en U onderskeidelik. TSRUY is punte op die sirkel sodat RT die middellyn is. X is die middelpunt van koord TU. $\hat{T}_3 = y$.



Bewys dat:

9.2.1 $RU \parallel SY$ (5)

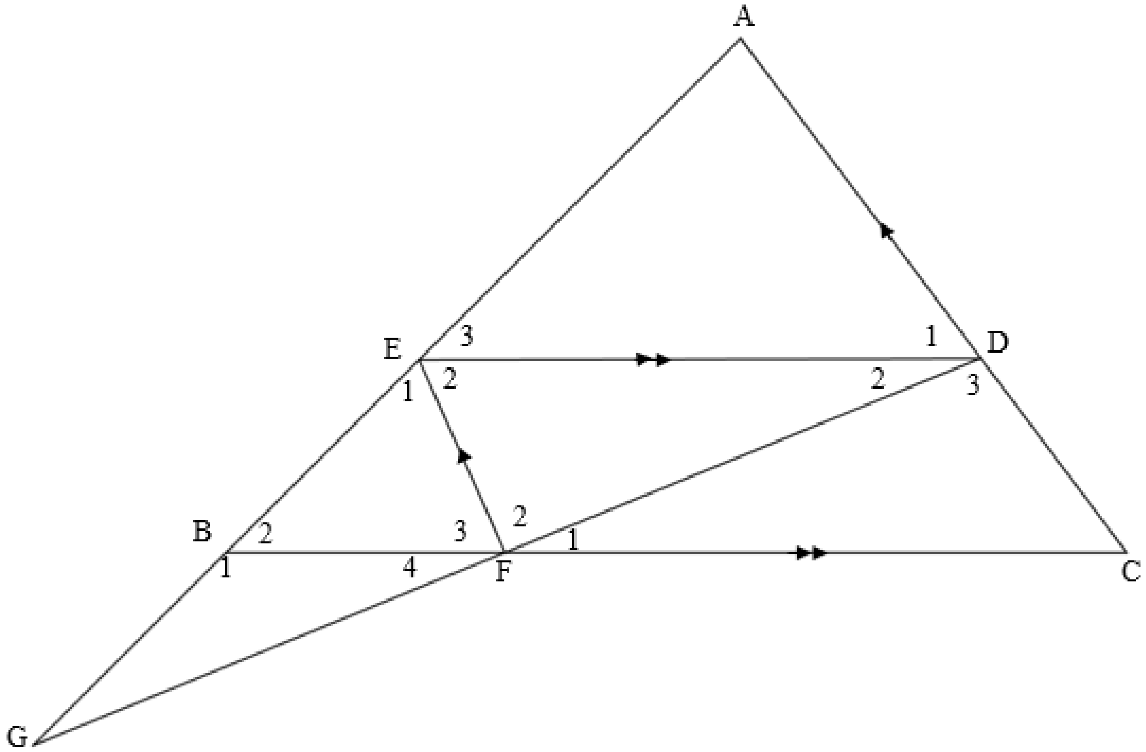
9.2.2 $\hat{T}_1 = \frac{1}{2}y$ (5)

9.2.3 TOUV 'n koordevierhoek is (5)

[19]

VRAAG 10

In die diagram hieronder, is D en E punte op die sye AC en AB onderskeidelik van $\triangle$ ABC sodat DE $\parallel$ BC. F is 'n punt op BC sodat EF $\parallel$ AC. AB verleng en DF verleng ontmoet by G.



10.1 Bewys dat: $\frac{BC}{FC} = \frac{AC}{DA}$ (4)

10.2 Bewys dat: Δ BFE $|||$ Δ EDA (3)

10.3 As dit verder gegee word dat EF = 2, BF = 3,5 en ED = 10, bepaal die lengte van:

10.3.1 AD (4)

10.3.2 DC (2)

[13]

TOTAAL: 150

INLIGTINGSBLAD : WISKUNDE

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$A = P(1 + ni)$ $\quad A = P(1 - ni)$ $\quad A = P(1 - i)^n$ $\quad A = P(1 + i)^n$

$\sum_{i=1}^{n} 1 = n$ $\quad \sum_{i=1}^{n} i = \frac{n(n+1)}{2}$ $\quad T_n = a + (n-1)d$ $\quad S_n = \frac{n}{2}\left(2a + (n-1)d\right)$

$T_n = ar^{n-1}$ $\quad S_n = \frac{a\left(r^n - 1\right)}{r - 1}$; $r \neq 1$ $\quad S_\infty = \frac{a}{1-r}$; $-1 < r < 1$

$F = \frac{x\left[(1+i)^n - 1\right]}{i}$ $\quad P = \frac{x[1-(1+i)^{-n}]}{i}$

$$f'(x) = \lim_{h \to 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$

$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$ $\quad \mathrm{M}\left(\frac{x_1 + x_2}{2} ; \frac{y_1 + y_2}{2}\right)$

$y = mx + c$ $\quad y - y_1 = m(x - x_1)$ $\quad m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$ $\quad m = \tan\theta$

$$(x-a)^2 + (y-b)^2 = r^2$$

In ΔABC: $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$ $\quad a^2 = b^2 + c^2 - 2bc.\cos A$

$$area\Delta ABC = \frac{1}{2}ab.\sin C$$

$\sin(\alpha + \beta) = \sin\alpha.\cos\beta + \cos\alpha.\sin\beta$ $\quad \sin(\alpha - \beta) = \sin\alpha.\cos\beta - \cos\alpha.\sin\beta$

$\cos(\alpha + \beta) = \cos\alpha.\cos\beta - \sin\alpha.\sin\beta$ $\quad \cos(\alpha - \beta) = \cos\alpha.\cos\beta + \sin\alpha.\sin\beta$

$\cos 2\alpha = \begin{cases} \cos^2\alpha - \sin^2\alpha \\ 1 - 2\sin^2\alpha \\ 2\cos^2\alpha - 1 \end{cases}$ $\quad \sin 2\alpha = 2\sin\alpha.\cos\alpha$

$\bar{x} = \frac{\sum x}{n}$ $\quad \sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n}\left(x_i - \bar{x}\right)^2}{n}$

$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)}$ $\quad P(A \text{ of } B) = P(A) + P(B) - P(A \text{ en } B)$

$\hat{y} = a + bx$ $\quad b = \frac{\sum(x - \bar{x})(y - \bar{y})}{\sum(x - \bar{x})^2}$